

Guia docent

200131 - TP - Teoria de la Probabilitat

Última modificació: 21/05/2026

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2026 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català

PROFESSORAT

Professorat responsable: GUILLEM PERARNAU LLOBET
Altres: Primer quadrimestre:
RICHARD COLL JOSIFOV - A, B
GUILLEM PERARNAU LLOBET - A
ORIOL SERRA ALBO - B
LLUÍS VENA CROS - A, B

REQUISITS

És recomanable matricular aquesta assignatura després d'haver cursat els dos primers anys del grau en Matemàtiques. En particular, l'estudiantat que no hagi cursat l'assignatura Anàlisi Real haurà de cobrir algunes llacunes pel seu compte (es proporcionarà material i referències).

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

5. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
6. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
7. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
8. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
9. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
10. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
11. CG-4. Saber abstraure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

4. APRENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Classes de teoria i de problemes. Es donarà èmfasi al treball de l'estudiant durant el curs a través de la participació a classe i el lliurament d'entregables.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'assignatura té dos objectius principals: (1) presentar la teoria de la probabilitat com un corpus de coneixement ric, atractiu i útil a moltes altres branques de la ciència en general (i de la matemàtica en particular) a l'hora de modelitzar matemàticament situacions que involucren incertesa o aleatorietat, i (2) oferir els coneixements probabilístics necessaris per a assignatures posteriors del Grau en Matemàtiques.

Pel que fa a objectius concrets de l'assignatura, al llarg del curs els estudiants hauran d'assolir els següents coneixements, habilitats i destreses:

- * Conèixer la definició i propietats dels espais de probabilitat i les variables aleatòries, i dels conceptes que hi estan relacionats.
- * Conèixer els models bàsics de variables aleatòries discretes i continus.
- * Fer servir el concepte de variable aleatòria per a formalitzar i resoldre problemes de càlcul de probabilitats.
- * Conèixer els moments de variables aleatòries i els resultats fonamentals que hi estan relacionats.
- * Conèixer i saber utilitzar la funció generadora de probabilitat, la funció generadora de moments i la funció característica.
- * Conèixer els resultats de convergència de variables aleatòries i saber aplicar-los, amb especial èmfasi en el teorema del límit central i la llei dels grans nombres.
- * Conèixer les cadenes de Markov i el teorema Ergòdic

HORES TOTALES DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup petit	30,0	13.79
Hores grup gran	45,0	20.69
Hores grup mitjà	30,0	13.79
Hores aprenentatge autònom	112,5	51.72

Dedicació total: 217.5 h

CONTINGUTS**Espais de probabilitat****Descripció:**

Experiments, resultats i successos. Espai de probabilitat.
Probabilitat condicionada. Independència.
Espais producte.
Lemes de Borel-Cantelli.

Dedicació: 25h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h 30m

Variables aleatòries

Descripció:

Variable aleatòria. Funció de distribució.
Esperança, variància i altres moments. Desigualtats de Markov i Txeixev.
Vectors de variables aleatòries.
Independència de variables aleatòries.
Concentració de la mesura. Desigualtat de Chernoff.

Dedicació: 21h 30m

Grup gran/Teoria: 2h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h 30m

Variables aleatòries discretes

Descripció:

Variable aleatòria discreta. Funció de probabilitat.
Funció generadora de probabilitat. Sumes de variables discretes.
Models de variables aleatòries discretes.
Distribucions condicionades i esperança condicionada.
Processos de ramificació (arbres de Galton-Watson)
Camins aleatoris (random walks).

Dedicació: 26h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 15h 30m

Variables aleatòries contínues

Descripció:

Variables aleatòries absolutament contínues. Funció de densitat.
Models de variables aleatòries absolutament contínues.
Vectors de variables contínues. Distribucions marginals.
Distribucions condicionades i mixtures.
Distribució normal multivariant.
Transformacions de variables aleatòries contínues.

Dedicació: 27h 30m

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 15h 30m

Convergència de variables aleatòries.

Descripció:

Modes de convergència i implicacions.

Propietats de la convergència quasi segura. Lleis dels grans nombres.

Funció característica. Teoremes d'inversió.

Propietats de la convergència en distribució. Teorema de Lévy. Teorema del límit central.

Dedicació: 35h 30m

Grup gran/Teoria: 9h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 22h 30m

Cadenes de Markov

Descripció:

Definició de cadena de Markov i exemples.

Matriu de transició i evolució

Tipus d'estat i convergència.

Dedicació: 13h

Grup gran/Teoria: 3h

Grup mitjà/Pràctiques: 2h

Aprenentatge autònom: 8h

Martingales

Descripció:

Introducció a les martingales.

Teorema de la convergència.

Desigualtat d'Azuma-Hoeffding.

Dedicació: 21h 30m

Grup gran/Teoria: 5h

Grup mitjà/Pràctiques: 2h 30m

Aprenentatge autònom: 14h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

L'avaluació es basarà en entregables (E), un examen parcial (P) i un examen final de tota la matèria (F). La qualificació final es calcularà amb la fórmula:

$$\text{MAX} (0.60 \cdot F + 0.30 \cdot P + 0.1 \cdot E, 0.65 \cdot F + 0.35 \cdot P, 0.9 \cdot F + 0.1 \cdot E, F)$$

Adicionalment, hi haurà un examen de reavaluació, en la data que estableixi la Facultat, per als estudiants suspesos. La nota d'aquest examen substituirà la qualificació anterior, sempre que la superi.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Durrett, Richard. Probability : theory and examples. 3rd ed. Thomson Brooks/Cole, cop. 2005. ISBN 0534132065.
- Grimmett, G.R.; Stirzaker, D.R. Probability and random processes. 3a ed. Oxford [etc.]: Oxford University Press, 2001. ISBN 9780198572220.
- Gut, Allan. An Intermediate course in probability [en línia]. 2nd ed. Springer, [Consulta: 27/06/2023]. Disponible a: <https://ebookcentral-proquest-com.recursos.biblioteca.upc.edu/lib/upcatalunya-ebooks/detail.action?pg-origsite=primo&docID=571348>. ISBN 9781441901620.
- Pitman, Jim. Probability. New York: Springer, 1993. ISBN 0387979743.

Complementària:

- Chung, Kai Lai. A course in probability theory. New York: Academic Press, 1974. ISBN 012174650X.
- Cuadras, C. M. (Carlos María). Problemas de probabilidades y estadística. Vol 1: Probabilidad. Barcelona: EUB, 2000. ISBN 8483120313.
- Fristedt, Bert E; Gray, Lawrence F. A Modern approach to probability theory. Boston [etc.]: Birkhäuser, cop. 1997. ISBN 3764338075.
- Feller, W. An introduction to probability theory and its applications (Vol. 1,2). 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1968. ISBN 0471257117.
- Grinstead, Charles M.; Snell, L.J. Introduction to probability. American Mathematical Society, 2006. ISBN 0821807498.
- Julià de Ferran, Olga [et al.]. Probabilitats : problemes i més problemes. Barcelona: Universitat de Barcelona, 2005. ISBN 8447529061.
- Sanz-Solé, Marta. Probabilitats. Barcelona: Edicions Universitat de Barcelona, 1999. ISBN 9788483380918.
- Tabak, J. Probability and statistics : the science of uncertainty. New York: Facts On File, 2004. ISBN 0816049564.
- Vershynin, Roman. High-dimensional probability : an introduction with applications in data science [en línia]. 2nd ed. [Consulta: 01/06/2026]. Disponible a: <https://www.math.uci.edu/~rvershyn/papers/HDP-book/HDP-2.pdf>.

RECURSOS

Enllaç web:

- Grinstead, Charles M.; Snell, Laurie J. Introduction to Probability
- . http://www.dartmouth.edu/~chance/teaching_aids/books_articles/probability_book/book.html />
- The Probability Web (Teaching resources)
- . <http://www.mathcs.carleton.edu/probweb/probweb.html>- Chance
- . <http://www.dartmouth.edu/~chance/>- The R Project for Statistical Computing
- R is a free software environment for statistical computing and graphics.
- . <http://www.r-project.org/>