

Guia docent

200004 - CD - Càlcul Diferencial

Última modificació: 03/11/2025

Unitat responsable: Facultat de Matemàtiques i Estadística
Unitat que imparteix: 749 - MAT - Departament de Matemàtiques.
Titulació: GRAU EN MATEMÀTIQUES (Pla 2009). (Assignatura obligatòria).
Curs: 2026 **Crèdits ECTS:** 7.5 **Idiomes:** Català, Castellà

PROFESSORAT

Professorat responsable: ANTONI GUILLAMON GRABOLOSEA
Altres: Segon quadrimestre:
ANTONI GUILLAMON GRABOLOSEA - A
JOSE TOMAS LAZARO OCHOA - B
SEBASTIA MARTIN MOLLEVI - A, B

CAPACITATS PRÈVIES

Haver cursar les assignatures "Càlcul en una variable" i "Àlgebra lineal".

COMPETÈNCIES DE LA TITULACIÓ A LES QUALS CONTRIBUEIX L'ASSIGNATURA

Específiques:

1. CE-2. Resoldre problemes de Matemàtiques, mitjançant habilitats de càlcul bàsic i d'altres, tot planificant-ne la resolució en funció de les eines de què es disposi i de les restriccions de temps i recursos.
2. CE-3. Utilitzar aplicacions informàtiques d'anàlisi estadístic, càlcul numèric i simbòlic, visualització gràfica, optimització o d'altres, per a experimentar en Matemàtiques i resoldre problemes.
3. CE-4. Desenvolupar programes informàtics que resolguin problemes matemàtics, tot fent servir per a cada cas l'entorn computacional escaient.

Genèriques:

4. CB-1. Demostrar posseir i comprendre coneixements de l'àrea de les Matemàtiques, construïts a partir de la base de l'educació secundària general i a un nivell que, tot recolzant-se en llibres de text avançats, inclogui també alguns aspectes que impliquin coneixements provinents de l'avantguarda de l'estudi de les Matemàtiques i de les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia.
5. CB-2. Saber aplicar d'una forma professional els coneixements matemàtics al seu treball i posseir les capacitats que, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions a la ciència i a la tecnologia, s'acostumen a demostrar mitjançant l'elaboració i defensa d'arguments i la resolució de problemes.
6. CB-3. Tenir la capacitat de reunir i interpretar dades rellevants, a l'àrea de les Matemàtiques i en les seves aplicacions, per a emetre judicis que incloguin una reflexió sobre temes rellevants d'índole social, científica o ètica.
7. CG-1. Comprendre i emprar el llenguatge matemàtic. Adquirir la capacitat d'enunciar propietats en diversos camps de la Matemàtica, de construir argumentacions, d'elaborar càlculs i de transmetre els coneixements matemàtics adquirits.
8. CG-2. Conèixer demostracions rigoroses d'alguns teoremes clàssics en diferents àrees de la Matemàtica.
9. CG-3. Assimilar la definició d'un nou objecte matemàtic en termes d'altres ja coneguts i ser capaç de fer servir aquest objecte en contextos diferents.
10. CG-4. Saber abstroure les propietats estructurals (dels objectes matemàtics, de la realitat observada i d'altres àmbits), distingint-les de les que només són ocasionals. Poder comprovar-les amb demostracions o refutar-les mitjançant contraexemples, així com identificar errors en els raonaments incorrectes.
12. CG-6. Detectar deficiències en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per a ampliar aquest coneixement.

Transversals:

11. APRENENTATGE AUTÒNOM: Detectar mancances en el propi coneixement i superar-les mitjançant la reflexió crítica i l'elecció de la millor actuació per ampliar aquest coneixement.

METODOLOGIES DOCENTS

Els estudiants disposaran d'uns apunts de curs i de diverses llistes d'exercicis i problemes, elaborades pel professorat de l'assignatura:

1. Llista d'exercicis i problemes proposats (amb solució, però sense resolució), alguns dels quals es resoldran a classe.
2. Llista d'exercicis i problemes resolts (alguns dels quals provindran d'exàmens anteriors).
3. Llista periòdica d'exercicis elementals de tipus calculístic, a mode de suport a l'estudi continuat. L'objectiu és que l'estudiant que hagi assistit a classe pugui resoldre aquests exercicis (que no s'avaluaran) de manera autònoma i en poc temps.

OBJECTIUS D'APRENTATGE DE L'ASSIGNATURA

L'objectiu fonamental de l'assignatura és l'estudi de la continuïtat i diferenciabilitat de les funcions de diverses variables i llurs aplicacions.

Es parteix dels coneixements sobre funcions reals d'una variable real, estudiats a l'assignatura "Càlcul d'una variable". El pas d'una variable a diverses no és trivial. Entendre amb detall aquesta generalització ha d'augmentar la maduresa matemàtica de l'estudiant i permetre-li assolir un nivell superior d'abstracció, imprescindible en el seu progrés al llarg dels estudis de matemàtiques.

Entendre els teoremes fonamentals del curs, conèixer-ne el seu abast, tècniques de demostració i aplicacions.

Fomentar la intuïció geomètrica dels estudiants.

Adquirir destresa en tot tipus de càlculs relacionats amb les funcions de diverses variables.

HORES TOTALS DE DEDICACIÓ DE L'ESTUDIANTAT

Tipus	Hores	Percentatge
Hores grup mitjà	30,0	13.79
Hores activitats dirigides	7,5	3.45
Hores grup gran	45,0	20.69
Hores grup petit	30,0	13.79
Hores aprenentatge autònom	105,0	48.28

Dedicació total: 217.5 h

CONTINGUTS

1. Topologia de $\mathbb{R}^n$. Successions.

Descripció:

- Espais euclidians, normats i mètrics. Cas particular de $\mathbb{R}^n$.
- Conjunts oberts i tancats. Interior, exterior i frontera.
- Successions a $\mathbb{R}^n$. Límit. Successions de Cauchy. Completesa. Caracterització dels tancats mitjançant successions.
- Conjunts fitats. Compacitat. Definicions equivalents. Cas particular de $\mathbb{R}^n$. Teorema de Bolzano-Weierstrass.
- Conjunts connexos.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

2. Límits i continuïtat de funcions.

Descripció:

- Funcions de diverses variables. Conjunts de nivell i gràfica de funcions reals.
- Límit d'una funció en un punt (especial èmfasi en el cas de dues variables).
- Continuïtat en un punt i en un conjunt. Propietats de les funcions contínues.
- Continuïtat i compacitat. Teorema de Weierstrass.
- Continuïtat uniforme. Teorema de Heine-Cantor.
- Normes i distàncies equivalents. Teorema del punt fix.

Dedicació: 25h

Grup gran/Teoria: 6h

Grup mitjà/Pràctiques: 4h

Aprenentatge autònom: 15h

3. Diferenciabilitat.

Descripció:

- Diferenciabilitat en un punt. Hiperplà tangent a la gràfica d'una funció real.
- Derivades parcials i direccionals. Matriu jacobiana. Gradient d'una funció.
- Diferenciabilitat i operacions. Regla de la cadena. Relació entre diferenciabilitat, continuïtat i derivades parcials.
- Diferenciabilitat en un obert. Teorema del valor mitjà. Funcions de classe C^1 .
- Corbes diferenciables.

Dedicació: 34h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 20h

4. Teoremes de les funcions diferenciables.

Descripció:

- Derivades parcials d'ordre superior. Teorema de Schwarz. Funcions de classe C^n . Algunes equacions de la física matemàtica. Canvis de variable en equacions que continguin derivades parcials.
- Teorema de la funció inversa. Difeomorfismes.
- Teorema de la funció implícita. Derivació de funcions implícites.
- Teoremes del rang.

Dedicació: 41h

Grup gran/Teoria: 10h

Grup mitjà/Pràctiques: 6h

Aprenentatge autònom: 25h

5. Fórmula de Taylor. Extremes locals.

Descripció:

- Fórmula de Taylor. Expressions del residu.
- Extremes locals. Punts crítics.
- Classificació de punts crítics: formes quadràtiques, matriu hessiana.
- Criteri de Silvester i criteri dels valors propis de la matriu hessiana.

Dedicació: 33h

Grup gran/Teoria: 8h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

6. Subvarietats de $\mathbb{R}^n$ i extremes condicionats.

Descripció:

- Subvarietats de $\mathbb{R}^n$. Vectors tangents. Espais tangent i normal en un punt.
- Varietats parametritzades i varietats implícites. Corbes i superfícies regulars.
- Extremes condicionats. Multiplicadors de Lagrange.
- Extremes absoluts.

Dedicació: 32h

Grup gran/Teoria: 7h

Grup mitjà/Pràctiques: 5h

Aprenentatge autònom: 20h

SISTEMA DE QUALIFICACIÓ

Nota Final = màx{70% nota examen final + 25% nota examen parcial + 5% avaluació continuada; 90% examen final+ 10% avaluació continuada; 80% examen final+ 20% examen parcial}.

Adicionalment, hi haurà un examen final extraordinari al juliol per qui no hagi superat l'assignatura a l'avaluació ordinària. En la nota de reavaluació no es tindran en compte les notes anteriors.

BIBLIOGRAFIA

Bàsica:

- Mazón Ruiz, José M. Cálculo diferencial : teoría y problemas. Valencia: Universidad de Valencia, 2008. ISBN 9788437071886.
- Marsden, Jerrold E.; Hoffman, Michael J. Elementary classical analysis. 2nd ed. New York: Freeman and Co, 1993. ISBN 0716721058.
- Castillo, Florencio del. Análisis matemático II. 2a ed. Madrid: Alhambra, cop. 1987. ISBN 8420515795.

Complementària:

- Chamizo, F. Cálculo III (notes d'un curs a la Universidad Autónoma de Madrid) [en línia]. [Consulta: 19/06/2023]. Disponible a: <https://matematicas.uam.es/~fernando.chamizo/asignaturas/to2009/calculoIII0002/calculoIII0002.html>.- Bombal Gordon, Fernando ; Marín, R. ; Vera. Problemas de análisis matemático. 2 ed. Madrid, 1988. ISBN 8472881008.
- Apostol, Tom M; Vélez Cantarell, Francisco. Calculus II : Cálculo con funciones de varias variables y álgebra lineal, con aplicaciones a las ecuaciones diferenciales y a las probabilidades [en línia]. 2nd ed. Barcelona: Editorial Reverté, 1984 [Consulta: 19/06/2025]. Disponible a : https://www.ingebook-com.recursos.biblioteca.upc.edu/ib/NPcd/IB_BooksVis?cod_primaria=1000187&codigo_libro=8020. ISBN 8429194827.
- Bruna, Joaquim. Analysis in Euclidean space. New Jersey: World Scientific, 2023. ISBN 9781800611719.
- Dieudonné, Jean. Elementos de análisis. Barcelona [etc.]: Reverté, 1977-1983. ISBN 8429150596.